

Abstract

Viele naturwissenschaftliche Modelle nutzen gewöhnliche Differentialgleichungen, um Vorhersagen zu ermöglichen. Zur Lösung solcher Differentialgleichungen gibt es verschiedene numerische Verfahren, die man grob in Einschrittverfahren wie die Runge-Kutta-Verfahren und Mehrschrittverfahren unterteilen kann. Allerdings gibt es auch physikalische Prozesse, die sich nur durch partielle Differentialgleichungen beschreiben lassen, da man für diese sowohl die Zeit- als auch die Raumableitung beachten muss. Auch für die partiellen Differentialgleichungen gibt es numerische Lösungsverfahren, wie die Methode der finiten Elemente, der finiten Differenzen oder der finiten Volumen.

In diesem Vortrag geht es um numerische Verfahren zur Lösung von Differentialgleichungen mit steifen Termen. Das Problem solcher Differentialgleichungen ist, dass sie durch explizite Verfahren nur schwer zu lösen sind, da sie einen Teil besitzen, der sehr schnell klein wird, und gegenüber dem anderen Teil, der sich wesentlich langsamer verändert, schnell nicht mehr sichtbar ist.

Dazu werden wir im zweiten Kapitel implizit-explizite Runge-Kutta-Verfahren entwickeln, die den steifen Teil solcher Differentialgleichungen implizit lösen und den nicht-steifen Teil explizit. Nach den Ordnungsbedingungen und einer Exaktheitsanalyse, werden wir uns mit der Implementierung und Auswertung eines solchen Verfahrens befassen. Dazu werden wir uns vor allem an “Implicit-Explicit Runge-Kutta Schemes for stiff Systems of Differential Equations”(2000) von Lorenzo Pareschi und Giovanni Russo, aber auch an “Implicit-Explicit Runge-Kutta Schemes and Applications to Hyperbolic Systems with Relaxation”(2005), ebenfalls von Pareschi und Russo, und “IMEX extensions of linear multistep methods with general monotonicity and boundedness properties”(2007) von Willem Hundsdorfer und Steven J. Ruuth orientieren.

Im letzten Kapitel entwickeln wir ein entsprechendes Finite Volumen Verfahren, das wir dann auf eine Flachwassergleichung anwenden. Hierfür orientieren wir uns ebenfalls an “Implicit-Explicit Runge-Kutta Schemes and Applications to Hyperbolic Systems with Relaxation”.