2. Übungsblatt: 16. Mai 2016

Aufgabe 1:

Wir betrachten die folgende Gleichung in 2D

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(t,x,y) = \nabla \cdot (a(x,y)\nabla u(t,x,y)) + cu(t,x,y), & (x,y) \in \Omega,\ t \in [0,T], \\ u(t,x,y) = 0, & (x,y) \in \partial\Omega,\ t \in [0,T], \\ u_0(x,y) := u(0,x,y) = \cos((x-0.5)\pi)\cos((y-0.5)\pi), & (x,y) \in \Omega, \end{cases}$$

wobei $\Omega = [0,1]^2$, $T = 5$ und $a(x,y) = x + y$, $c = -10$.

(a) Lösen Sie das Problem im Ort mit Hilfe von stückweise linearen Finiten Elementen und in der Zeit mit:

   (i) dem impliziten Euler-Verfahren,

   (ii) dem Crank-Nicolson-Verfahren.

   Modifizieren Sie hierfür Ihr Program für das Poisson-Problem in 2D des letzten Übungsblattes.
   Plotten Sie Ihre Lösung für $t \in \{0.1,\ 0.5,\ 1,\ 5\}$.

(b) Bestimmen Sie nun experimentell die Konvergenzordnung:

   (i) im Ort,

   (ii) in Zeit für das imlizite Euler-Verfahren sowie das Crank-Nicolson-Verfahren.

Abgabe: In zwei Wochen.

Prof. Dr. M. Lukacova · M. Sc. B. Wiebe

Institut für Mathematik, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, D-55099 Mainz

https://www.numerik.mathematik.uni-mainz.de/modellierungspraktikum-sose-2016/