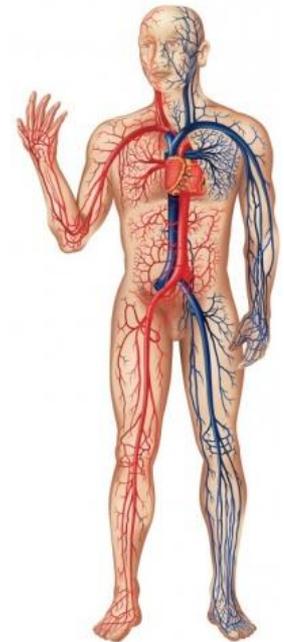


# Zusammenfassung der hämodynamischen Modellierung

Typische medizinische Gegebenheiten und auftretende  
Probleme bei der Modellierung

1. Blut (Bettina Wiebe)
2. Gefäße und Kreislaufsystem (Stella Preußler)
3. Strömungsmodelle (Pia Brechmann)

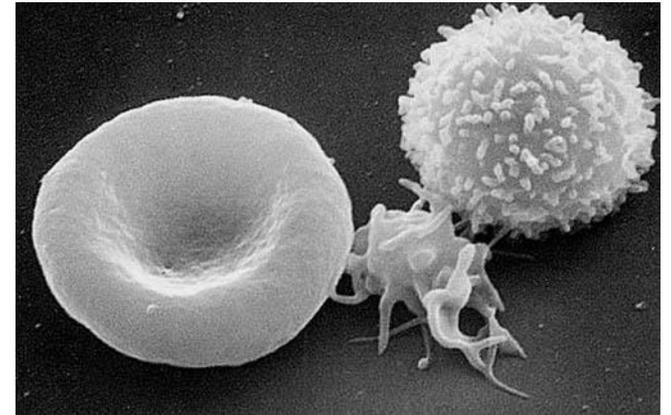


# Blut

ist kein Fluid, sondern eine Ansammlung von Partikeln in einem Fluid, das man **Plasma** nennt.

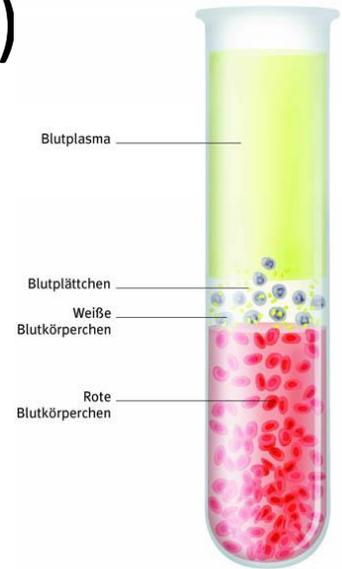
## Zusammensetzung:

- rote Blutkörperchen (Erythrozyten)  
→ Austausch von Sauerstoff und Kohlendioxyd
- weiße Blutkörperchen (Leukozyten)  
→ Immunsystem
- Blutplättchen (Trombozythen)  
→ Gerinnung
- Plasma



# Auswirkung der Bestandteile auf die Viskosität (Reibung zwischen Fluidschichten)

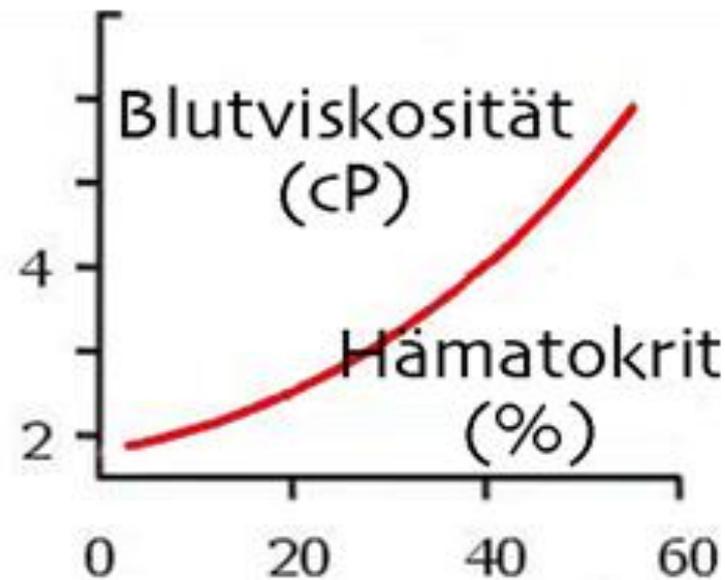
- Plasma:
  - Newtonsches Fluid
  - 10 % Proteine und 90 % Wasser
  - unbedeutend für die viskose Eigenschaft
- weiße Blutkörperchen:
  - sind zwar größer als die roten Blutkörperchen, aber haben einen viel geringeren Volumenanteil.
  - kleine Auswirkung auf die Viskosität und können somit vernachlässigt werden.
- Blutplättchen:
  - geringer Anteil (in einem Mikroliter Blut sind 5 Mio. rote Blutkörperchen, aber nur 300.000 Plättchen)
  - machen mit den weißen Blutkörperchen weniger als 1 % des Volumens aus
  - können ebenfalls vernachlässigt werden.
- rote Blutkörperchen:
  - ungleichmäßig verteilt
  - Hämatokrit: Verhältnis Volumen der roten Blutkörperchen zu dem gesamten Volumen.
  - Hämatokrit beeinflusst Viskosität, aber auch die Schergeschwindigkeit. Betrachte hierzu den Begriff des Newtonschen Fluides.



# Newtonsches Fluid

Reibung ist proportional zum Geschwindigkeitsgradienten und die Proportionalitätskonstante heißt Viskosität.

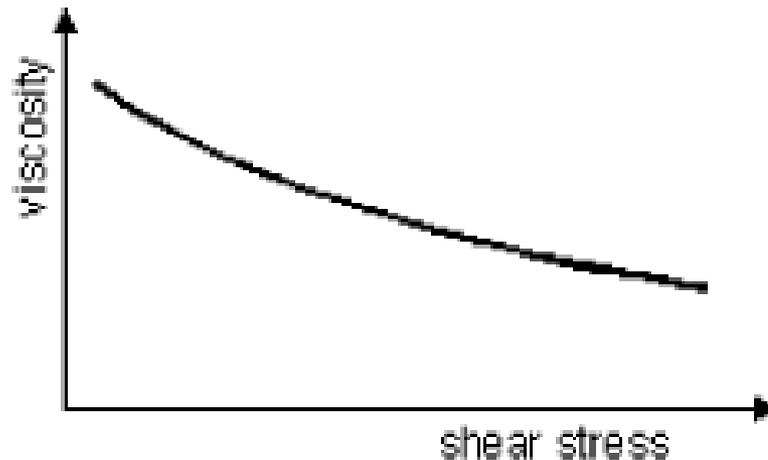
→  $S = F/A = \eta * dv/dx$ , wobei man  $|dv/dx|$  Schergeschwindigkeit nennt.



→ Viskosität ist nicht konstant

→ Blut ist kein Newtonsches Fluid

# Strukturviskosität: (shear-thinning)



- In einem Gefäß findet man hohe Schergeschwindigkeiten (am Rand) sowie geringe Schergeschwindigkeiten (in der Mitte).
- Bei hoher Schergeschwindigkeit ist die Viskosität des Blutes ungefähr konstant, bei kleiner Schergeschwindigkeit ist Blut beinahe viskoelastisch.

# Gefäße

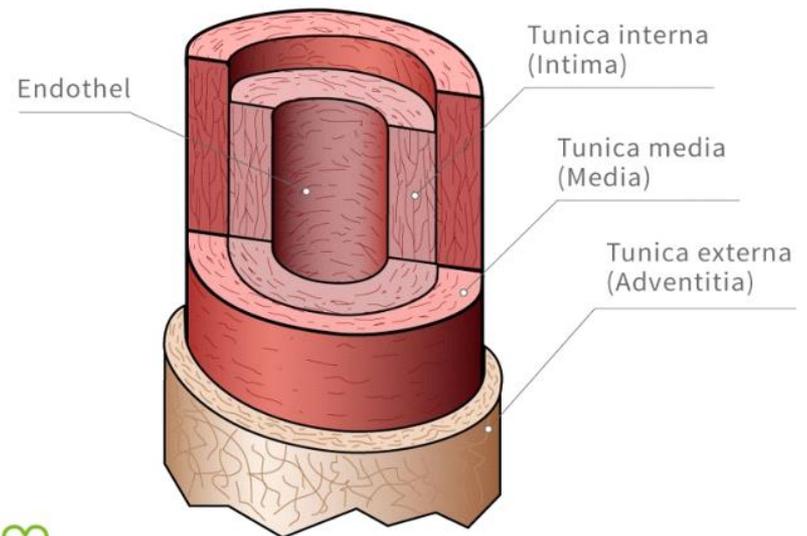
Wände sind nicht homogen, bestehen aus 3 Schichten:

- Intima: optimalen **Stoff- und Gasaustausch** zwischen Blut und der Gefäßwand
- Media: besteht aus Collagen, Muskel: reguliert Weite des Gefäßes (**Viskoelastische Eigenschaft** des Gefäß)
- Adventitia: **Verankerung** der Gefäße

Gefäßwände sind unterschiedlich dick;

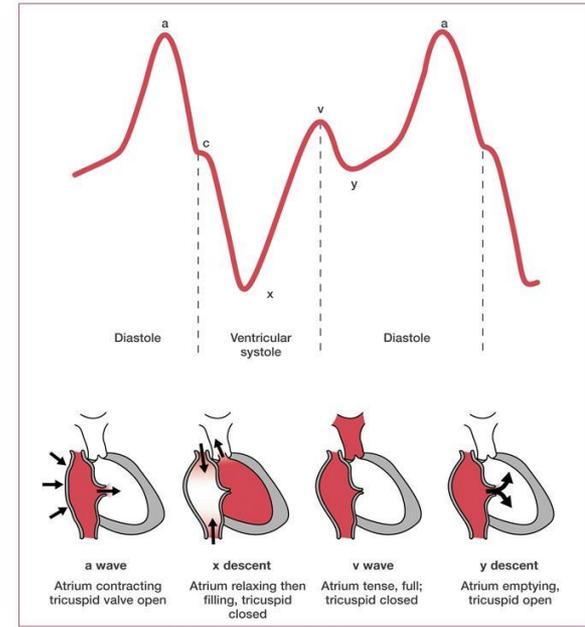
vgl. Dicke des Gefäßes/ Radius:

- 0,015 - 0,130 aorta
- 0,045 pulmonary vein

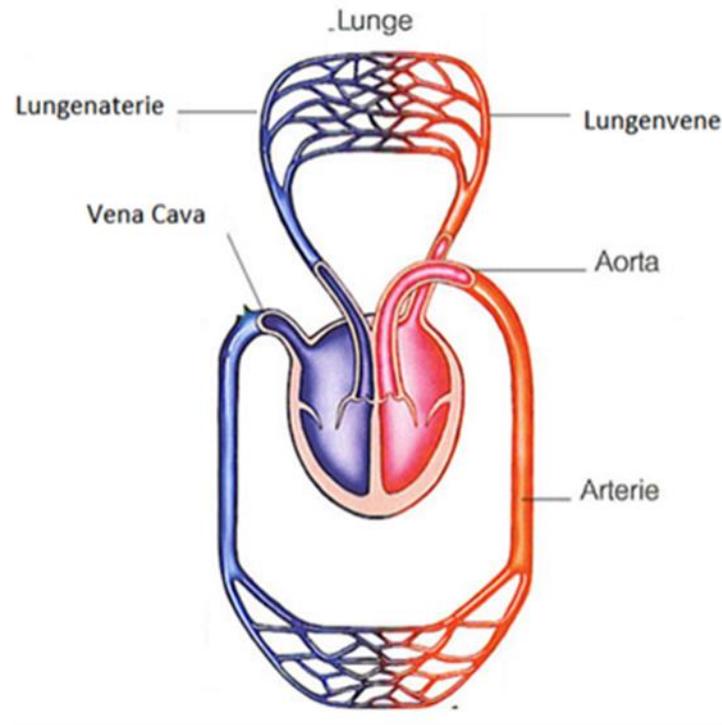


# Kreislaufsystem

- **Arterien:** sauerstoffreiches Blut
- **Venen:** sauerstoffarmes Blut



- Herz: Systole (Herz pumpt in Arterie aus) und Diastole (Herz füllt sich mit venösem Blut)
- Blutfluss in Arterien ist pulsierend.



- kleines Zirkulationssystem (Herz-Lunge, Venöses System)
  - großes Zirkulationssystem (Herz-Körper, Arteriell System )
- Wichtig für Modellierung:
- Größe des Gefäßquerschnitts im Bezug auf Entfernung vom Herz.
  - Gefäßwandflexibilität im Bezug auf die Entfernung vom Herz.

# Im Körper gibt es unterschiedliche Gefäße...

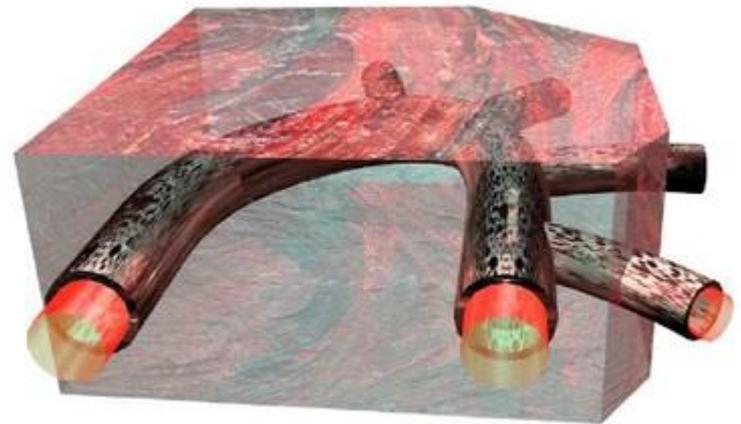
- **große Gefäße** (Radius= 1-3 cm, Bluttransport von Herz in Peripherie):  
deformieren sich unter Blutdruck (Speichern Energie in Systole und geben sie in Diastole wieder ab)  
→ **Verformung der Gefäße**
- **kleine Gefäße** (Radius= 0,2 mm-1cm, Blutverteilung):  
starke Verzweigung (Flächenvergrößerung), "starre" Gefäße  
→ **starre, stark Verzweigte Gefäße (kein Newtonisches Fluid)**
- **Kapillaren** (Radius < 0,2 mm, Hauptrolle Regulierung Blutfluss, Wand ist durchlässig, Blut keine homogene Flüssigkeit)  
→ **Rheologie des Bluts** (Größe der Blutpartikel ist von der gleichen Größe wie die der Gefäße)



# ...mit Folgen für die Modellierung:

Morphologie der Gefäßwände und physikalische Eigenschaften des Bluts verändern sich entsprechend des Gefäßtyps, wichtig für Modellierung also:

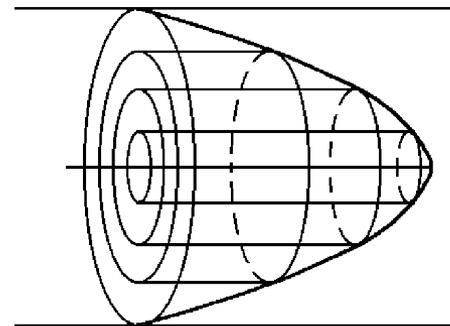
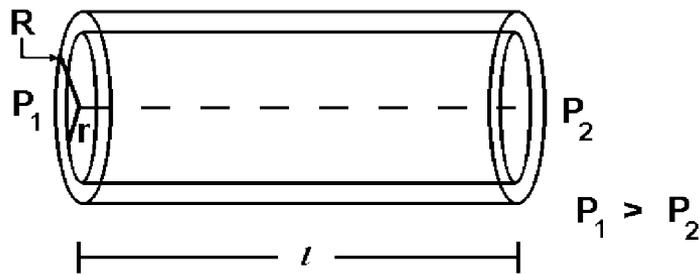
- Verformung der Gefäße
- Geometrie der Gefäße
- Rheologie des Bluts



# Strömungsmodelle für Blut

## Poiseuille Strömung

laminare stationäre Strömung eines homogenen newtonschen Fluids durch ein Rohr



$$\text{Flussrate} = K \frac{PD^4}{l}, \quad P = P_1 - P_2, \quad K = \frac{\pi}{128\eta'}$$

$\eta$  = Viskosität = 0.013077 Poise

$$v = v(r) = \frac{(P_1 - P_2)(R^2 - r^2)}{4l\eta'}$$

- stationär ↔ pulsierend
- laminar ↔ Turbulenzen
- homogen + newtonsch
  - Näherung für große Arterien, aber elastisch, nicht fest
  - kleinere/mittelgroße Arterien näherungsweise fest, aber nicht mehr näherungsweise als newtonsch zu betrachten.

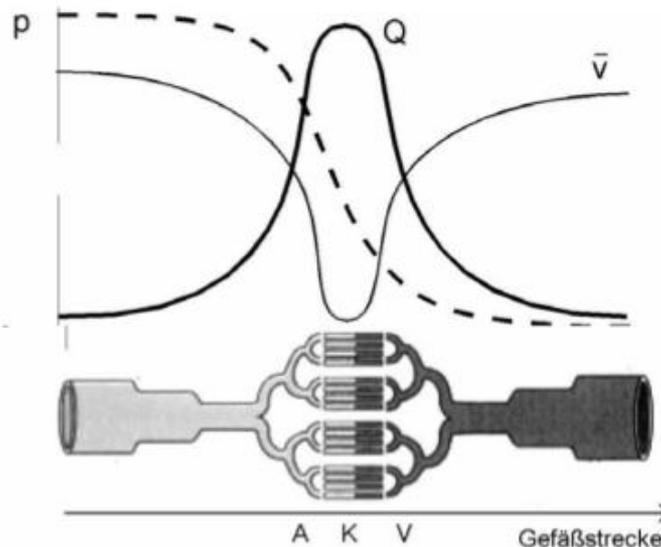
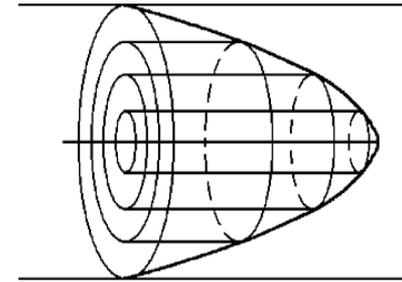


Bild 2: Darstellung des mittleren Blutdrucks ( $p$ ), der mittleren Strömungsgeschwindigkeit ( $\bar{v}$ ) und der Gesamtquerschnittsfläche ( $Q$ ) der Strombahnen in einer Arterie (bis A), durch eine Kapillare (K) und in einer Vene (ab V).

## Navier-Stokes-Gleichungen

Beschreibung durch Erhaltungsgleichungen von Masse und Impuls mit Spannungstensor für newtonsche Fluide, kein fester Zylinder

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \operatorname{div} \mathbf{T} = \mathbf{f}$$

Für newtonsche Fluide  $\mathbf{T} = \mu(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) - p\mathbf{I}$ .

Vor.: zusammenhängendes begrenztes Gebiet mit orientierter Grenze, Grenze Lipschitz-stetig.

# Mechanik der Gefäßwand

Gefäßwände nicht homogen

- Elemente mit aktiven mechanischem Verhalten
- passive Elemente

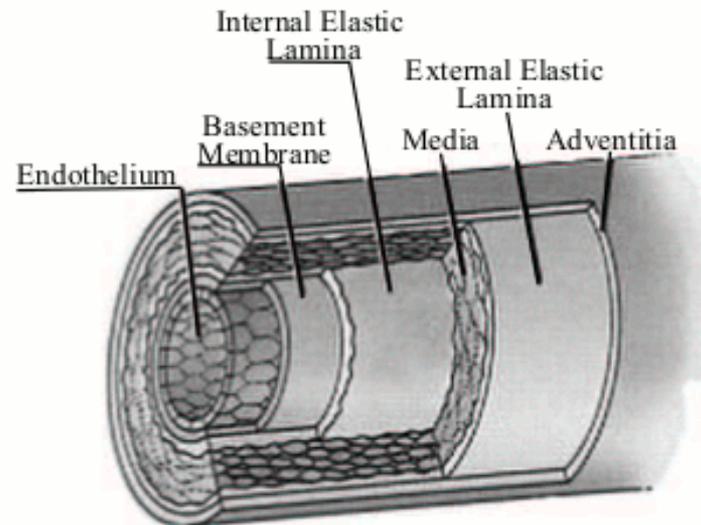
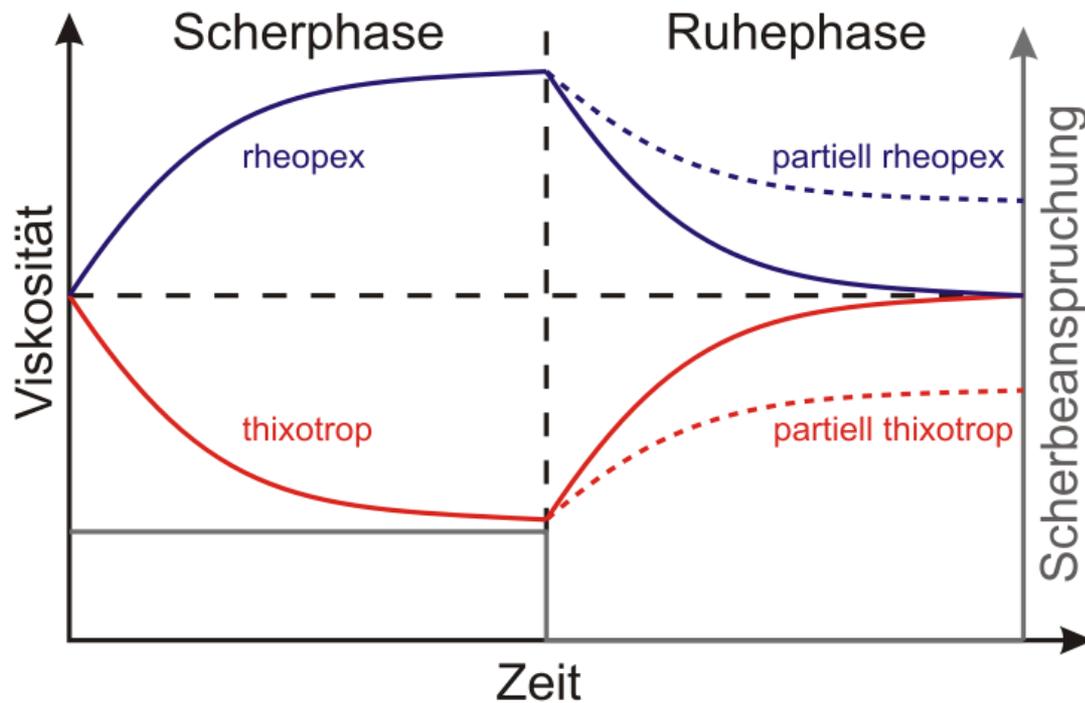
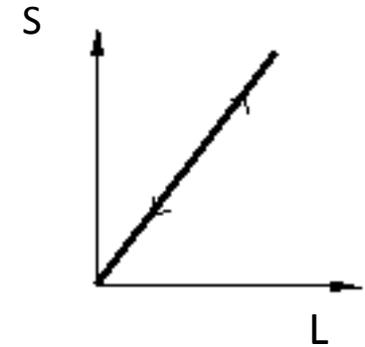
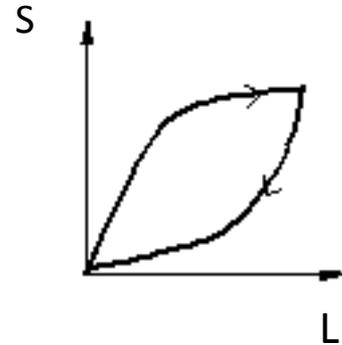


FIGURE 12. The vessel wall is formed by many layers made of tissues with different mechanical characteristics. Image taken from "Life: the Science of Biology" by W.K. Purves et al., fourth edition, published by Sinauer Associates Inc. and W.H. Freeman and Company.

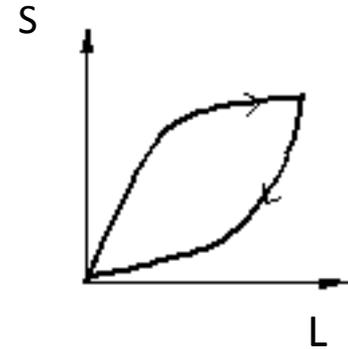
## Gefäßwand:

- viskoelastisch
- nicht isotrop
- nicht linear elastisch



Für dickwandige Modelle:

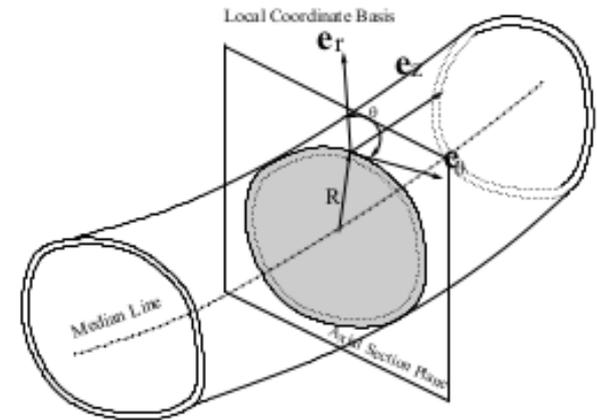
Elastizitätsmodul: 
$$E(x) = \frac{\Delta S}{\Delta L} \cdot \frac{L_1 + L_2}{2}$$



**lebendes Gewebe  $\neq$  totes Gewebe**

# Dünne Gefäßwände

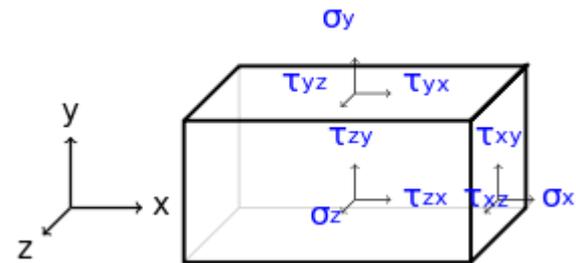
## *1D Modell*



- Dicke verändert sich nicht
- Zylindrische Symmetrie, nur radiale Deformation  
→ Zugspannung in Richtung Gefäßachse vernachlässigbar
- kleine Deformationsgradienten  $\frac{\partial R}{\partial \theta}$ ,  $\frac{\partial R}{\partial t}$  → lineare Elastizität
- inkompressibel

## Kräfte auf die Gefäßwand

- von umliegenden Gewebe:  
transmuraler Druck
- von Fluid: Spannung an Gefäßrand



# Dicke Gefäßwände

*3D Modell, 2D Modell*

