

Newton-Verfahren und Komplexe Dynamik I

Paul Klimek

Hauptseminar „Eine Einladung in die Mathematik“
20.06.2017



JOHANNES GUTENBERG
UNIVERSITÄT MAINZ

1 Iteration komplexer Polynome

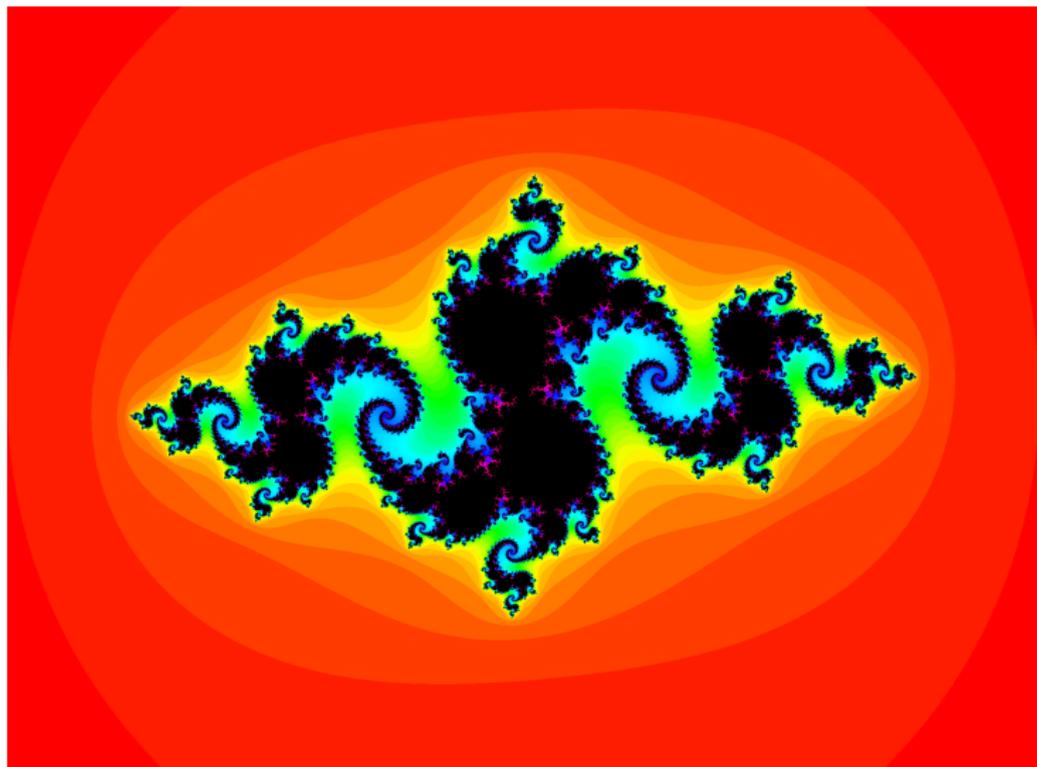
- Julia-Menge
- Mandelbrot-Menge

2 Newton-Verfahren

- Newton-Fraktal

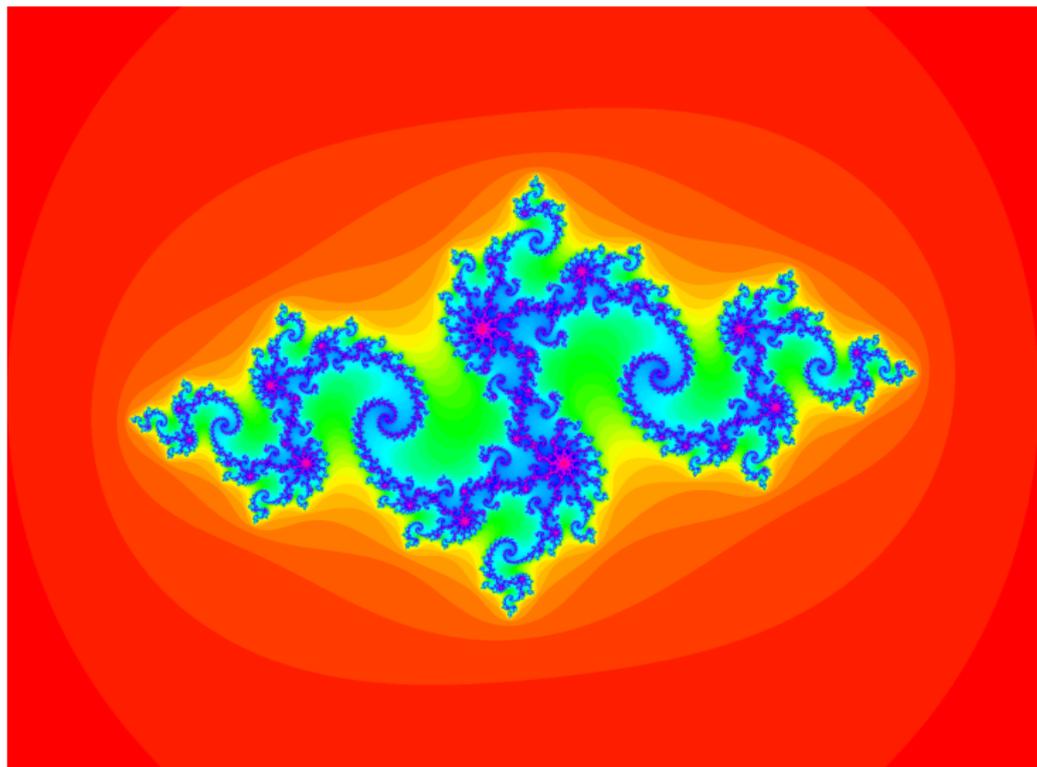
Julia Mengen

$$f_c(z) = z^2 + c \text{ mit } c = -0.8 - 0.15i \text{ [1]}$$



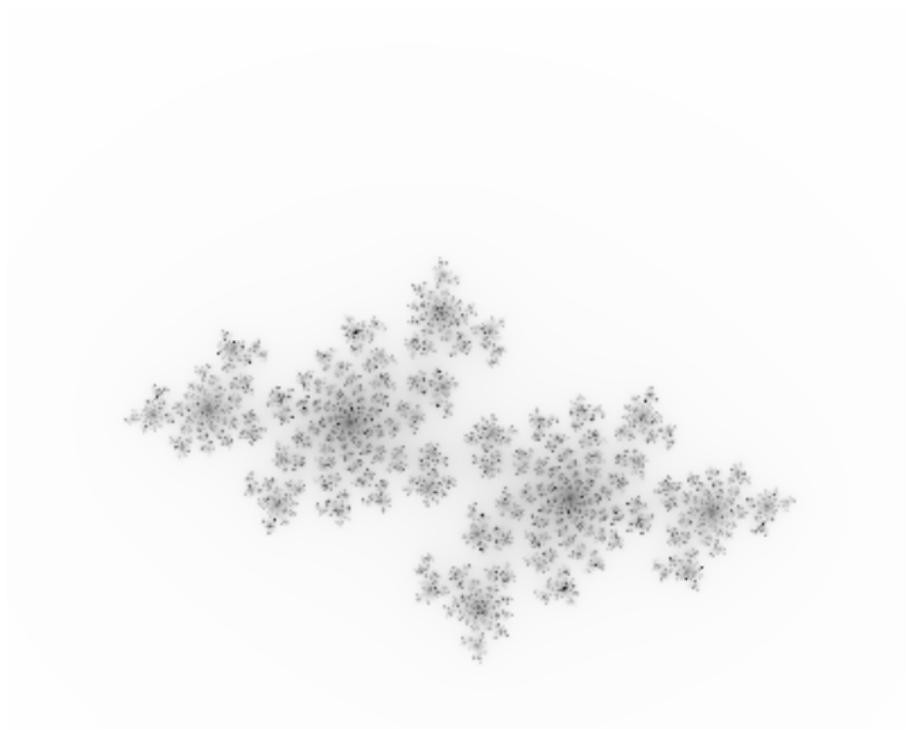
Julia Mengen

$$f_c(z) = z^2 + c \text{ mit } c = -0.8 - 0.175i \text{ [1]}$$



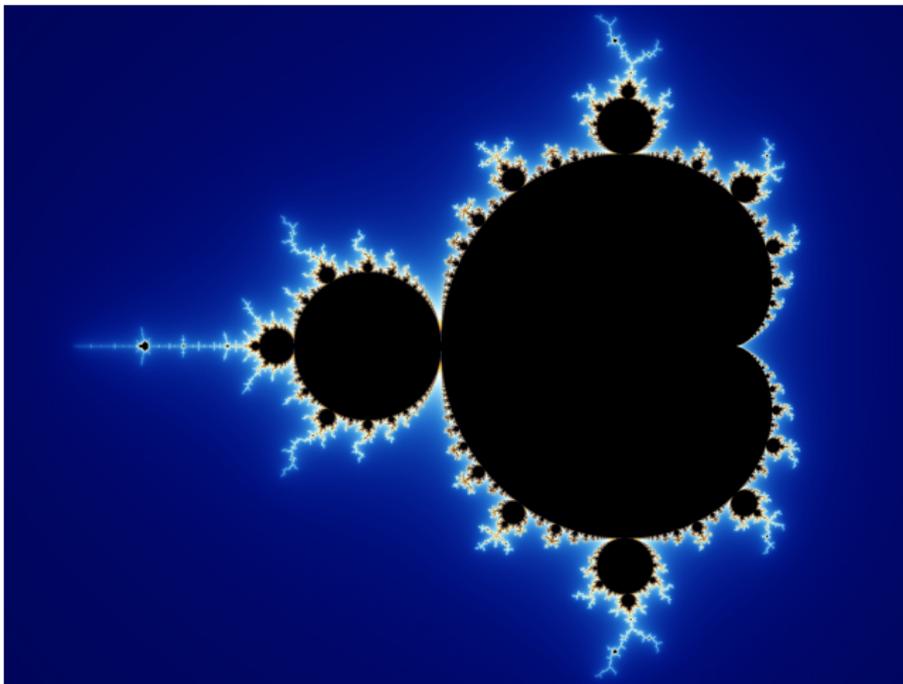
Julia Mengen

$$f_c(z) = z^2 + c \text{ mit } c = 0.7 + 0.33i \text{ [2]}$$



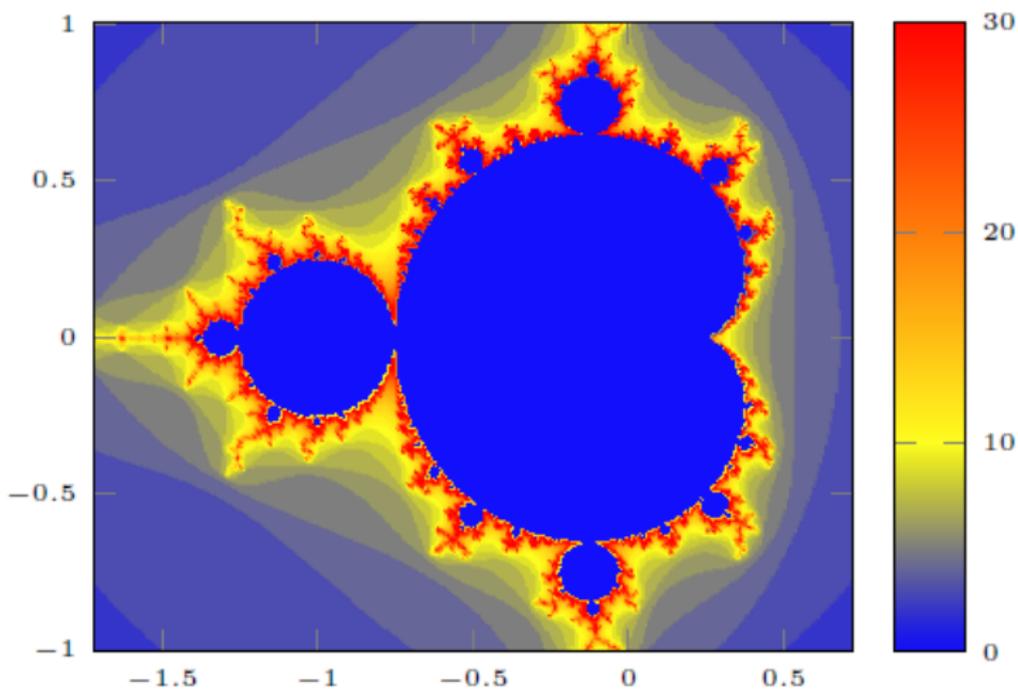
Mandelbrot-Menge

Visuelle Darstellung der Mandelbrot-Menge [3]



Mandelbrot-Menge

Die Färbung gibt an, nach wie vielen Iterationen eine Schranke ε überschritten wird [4]



Offene Fragen

- Lässt sich die Topologie von \mathcal{M} einfach beschreiben?
- Wenn $c \in \mathcal{M}$ ein innerer Punkt ist, hat dann $K(q_c)$ notwendigerweise auch einen inneren Punkt?
- Ist der Rand von \mathcal{M} eine Kurve? Wie groß ist der Flächeninhalt?

Inhalt

1 Iteration komplexer Polynome

2 Newton-Verfahren

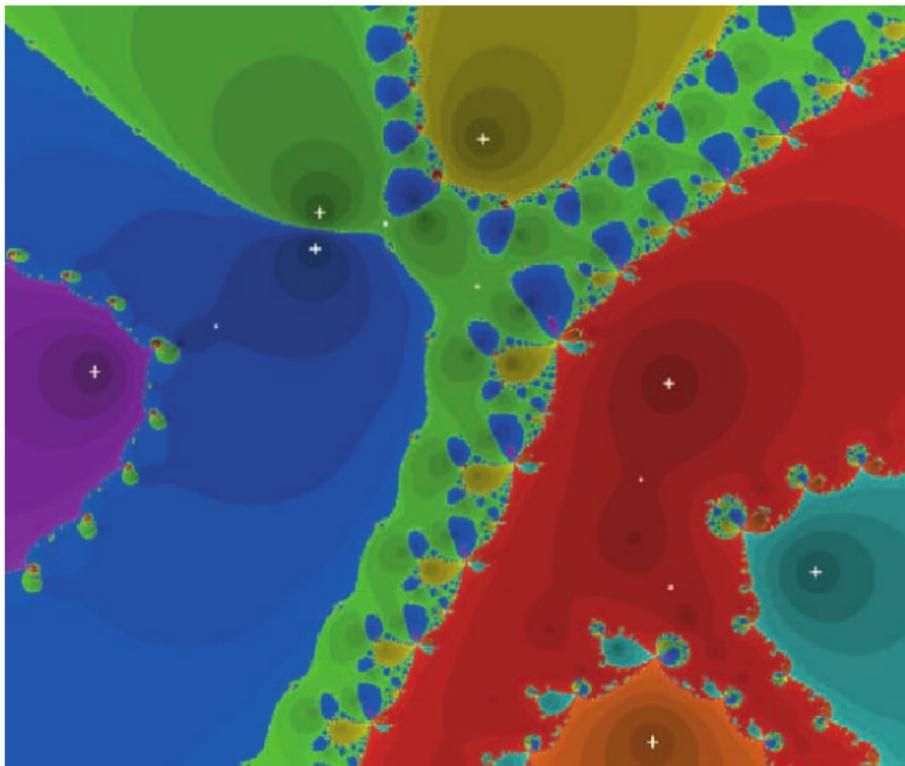
- Newton-Fraktal

Möglichkeiten

- *Fast alle* Startpunkte konvergieren gegen eine Nullstelle. (*best case*)
- Es gibt *offene Mengen* von Startpunkten, sodass das Newton-Verfahren nicht gegen eine Nullstelle konvergiert. (*worst case*)

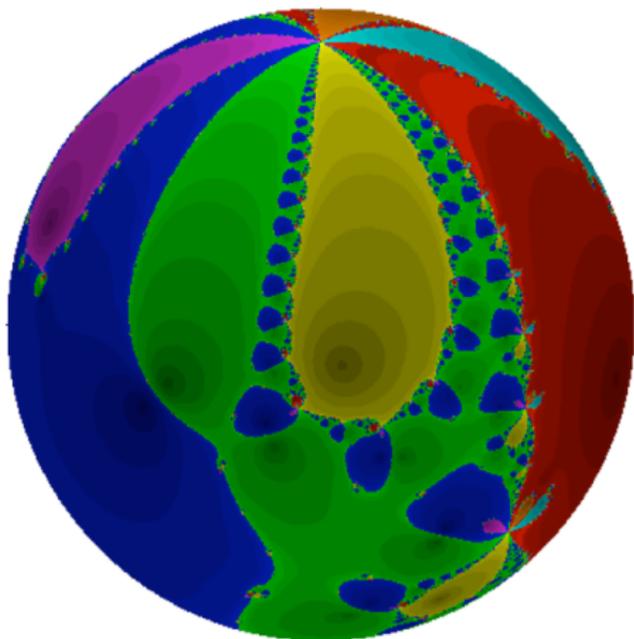
Newton-Verfahren

Newton-Verfahren mit $d = 7$. [5]



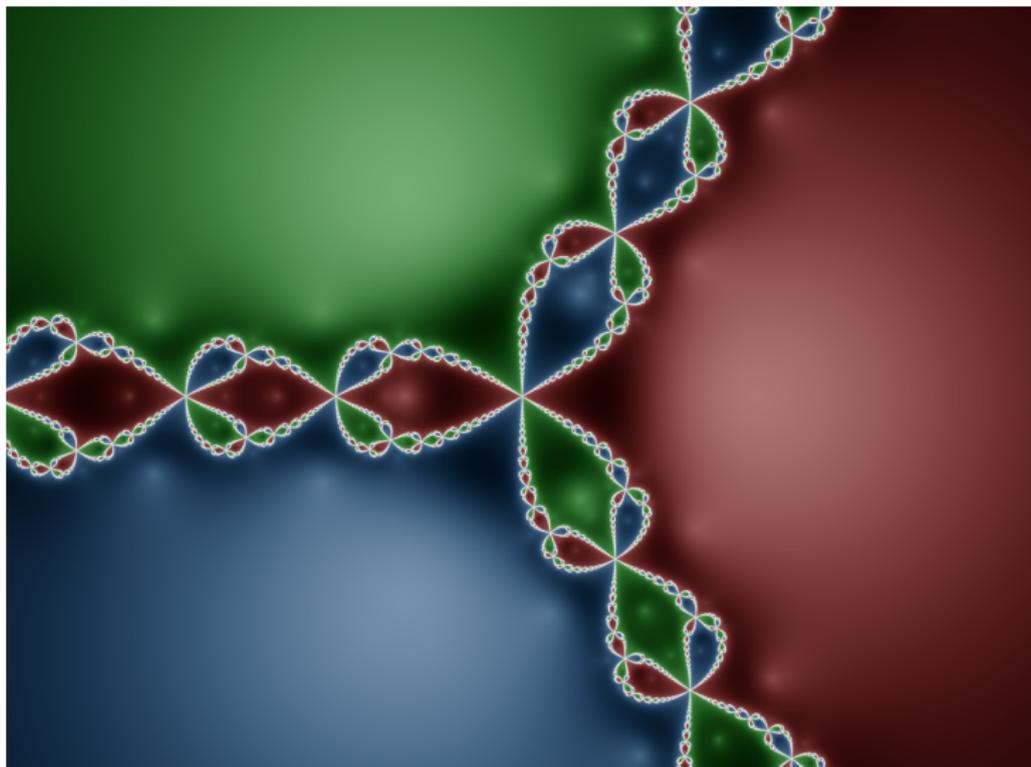
Newton-Verfahren

Gleiches Polynom in $\hat{\mathbb{C}} := \mathbb{C} \cup \{\infty\}$ [6]



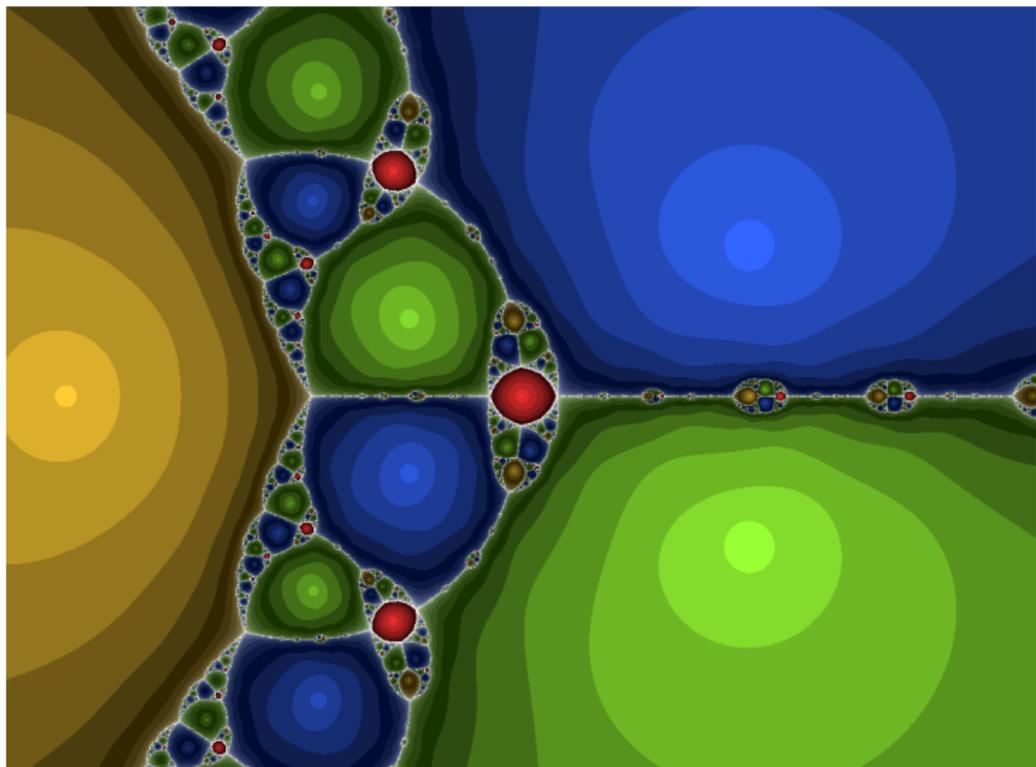
Newton-Verfahren

Newton-Fraktal zu $p(z) = z^3 - 1$ [6]



Newton-Verfahren

Newton-Fraktal zu $p(z) = 2z^3 - 2z + 2$ [7]



Quellen

- [1] <http://www.math.harvard.edu/~jjchen/fractals/>
- [2] <http://puzzlezapper.com/blog/tag/julia-sets/>
- [3] https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/21/Mandel_zoom_00_mandelbrot_set.jpg
- [4] <http://texwelt.de/wissen/fragen/3960/fraktale-mit-pgfplots>
- [5] Schleicher, D.; Lackmann, M., *Eine Einladung in die Mathematik*, Springer Verlag
- [6] <https://technik.blogbasis.net/ein-fraktal-programmieren-06-08-2013>
- [7] https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/46/Newton-Fractal_2z3-2z%2B2.png

Stand: 15.07.2017, 00:40 Uhr